ÜBER DEN KOEFFIZIENTEN DER INNEREN REIBUNG VON WASSERSTOFF UND ARGON BEI NIEDEREN TEMPERATUREN

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

VEREINIGTEN FRIEDRICHS-UNIVERSITÄT

HALLE-WITTENBERG

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

VORGELEGT VON

WALTHER KOPSCH

AUS HALLE A. S.

HALLE a. S.
HOFBUCHDRUCKEREI VON C. A. KAEMMERER & CO.
1909.

Referent: Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **E. Dorn.**

Meinem Vater
und dem Andenken meiner Mutter!

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548112_0055

Inhalt.

Seite

Einleitung 7
Darstellung der Gase 9
Der Apparat und die Ausführung der Versuche . . . 10
Berechnung der Versuche 17
Versuche mit atmosphärischer Luft 24
Versuche mit Wasserstoff 26
Versuche mit Argon 35
Resultate 40

Anhang.

Fig. I. Kurven für Wasserstoff.
Fig. II. Kurven für Argon.
Fig. III. Zeichnung der Kapillare.

Einleitung.

Die Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung von Gasen ist in den letzten Jahren des öfteren Gegenstand von Untersuchungen geworden, und man hat sich dabei zweier Methoden bedient. Nach der ersten Methode bestimmt man den Reibungskoeffizienten aus dem logarithmischen Dekrement von Schwingungen horizontaler Scheiben oder Zylinder, nach der anderen Methode lässt man das Gas durch Kapillarröhren strömen und berechnet den Reibungskoeffizienten aus der Menge des Gases, das in einer bestimmten Zeit die Kapillare durchströmt. Nach der ersten Methode liegen eine ganze Reihe älterer Untersuchungen vor, nach der zweiten, der sogenannten Transpirationsmethode, sind auch im hiesigen physikalischen Institute mehrere Untersuchungen angestellt worden. So hat Schultze[1]) den Reibungskoeffizienten von Argon und Helium,[2]) Markowski[3]) denjenigen von Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, Schierloh[4]) den von reinem Helium und reinem Argon untersucht. Ferner liegen Untersuchungen vor über Reibung von Gasgemischen, so von Kleint[5]) über binäre Mischungen zwischen Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, und von Tänzler[6]) über Gemische von Argon und Helium. Alle diese Untersuchungen beziehen sich indessen auf

1) H. Schultze, Inaug.-Diss. Halle 1901.
2) H. Schultze, Wied. Ann. 1901 Bd. 6.
3) Markowski, Inaug.-Diss. Halle 1903.
4) F. Schierloh, Inaug.-Diss. Halle 1908.
5) Kleint, Inaug.-Diss. Halle 1904.
6) Tänzler, Inaug.-Diss. Halle 1906.

Temperaturen, die in einem Intervall von 0^0 bis $+ 300^0$ liegen. Untersuchungen über die innere Reibung von Gasen bei tiefen Temperaturen sind im Verhältnis hierzu bis jetzt nur sehr wenige angestellt worden. So ist zu erwähnen eine Arbeit des Italieners Silvio Chella,[1]) der nach einer etwas abgeänderten Schwingungsmethode die Reibung der Luft bei tiefen Temperaturen untersucht hat, ferner die Arbeit von Bestelmeyer,[2]) der nach der Transpirationsmethode den Stickstoff bei tiefen Temperaturen bis $— 195^0$ auf seinen Reibungskoeffizienten prüfte, und schliesslich die im hiesigen physikalischen Institut angestellte Untersuchung von K. Schmitt über den Reibungskoeffizienten von Luft und Helium bei tiefen Temperaturen.

Auf Anregung und mit gütiger Unterstützung des Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. E. Dorn unternahm ich es, den Koeffizienten der inneren Reibung von Wasserstoff und von Argon bei verschiedenen tiefen Temperaturen zu untersuchen.

---

1) S. Chella, Phys. Zeitschr. 7 1906 pag. 546.
2) Bestelmeyer, Inaug.-Diss. München 1903.

Darstellung der Gase.

Zu den Versuchen mit Argon wurde das von Schierloh dargestellte und von ihm bereits zu seinen Reibungsversuchen verwendete Argon benutzt, nachdem eine spektralanalytische Untersuchung ergeben hatte, dass es keine Verunreinigungen enthielt. Die Darstellung dieses Argons beschreibt Schierloh in seiner Dissertation[1]) und gibt die Dichte an zu

$$\varrho = 19{,}964 \text{ bezogen auf } 0 = 16.$$

Der zur Untersuchung benutzte Wasserstoff wurde auf elektrolytischem Wege aus verdünnter Schwefelsäure gewonnen. Gleichzeitig wurde dabei auch der entwickelte Sauerstoff aufgefangen, um zur Untersuchung des Wasserstoffs auf etwaige Verunreinigungen verwendet zu werden. Eine Beschreibung der Anordnung, nach der die Elektrolyse vorgenommen wurde, gibt Markowski[2]) in seiner Dissertation. Eine kleine Verbesserung seiner Anordnung wurde noch eingeführt, insofern alle Gummiverbindungen weggelassen wurden und der ganze Apparat zusammengeblasen wurde. Die Prüfung auf Reinheit geschah nach der Hempelschen[3]) Methode. Eine Mitteilung hierüber nebst Zeichnung findet sich auch in der Dissertation von Jackmann.[4]) Zur Elektrolyse wurde ein Gemisch von 1 Teil reiner konzentrierter Schwefelsäure und 4 Teilen destillierten Wassers benutzt und 8 Stunden lang mit 15 Akkumulatoren Wasserstoff entwickelt, ehe die erste Probe aufgefangen wurde. Nach dieser Zeit enthielten sowohl Wasserstoff wie

1) Schierloh, Inaug.-Diss. Halle 1908. pag. 16.
2) Markowski, Inaug.-Diss. Halle 1903. pag. 19.
3) W. Hempel, Gasanalytische Methoden. 1900.
4) O. Jackmann, Inaug.-Diss. Halle 1906.

Sauerstoff nur noch so geringe Spuren von Verunreinigungen, dass sie mittels des Hempelschen Apparates nicht mehr gemessen werden konnten. Zur Sicherheit wurde noch eine spektralanalytische Untersuchung vorgenommen, doch konnten auch hierbei keine Verunreinigungen mehr nachgewiesen werden.

Der Apparat und die Ausführung der Versuche.

Die Bestimmung des Reibungskoeffizienten geschah nach der Transpirationsmethode, und zwar war der zur Verwendung gelangte Apparat derselbe, den schon Schultze, Markowski, Kleint, Tänzler, Schierloh und Schmitt zu ihren Beobachtungen benutzt hatten. Eine genaue Beschreibung des Apparates mit einer Zeichnung findet sich bei Schultze in Wied. Ann. (5) 1901. pag. 141—145. Eine wichtige Änderung wurde allerdings dabei mit der Kapillare vorgenommen, die zu einer Spirale geformt werden musste. Infolgedessen musste für sie die Konstante $\frac{R^4}{L}$ durch Luftversuche ermittelt werden.

1. Der Thermostat.

Um bei tiefen Temperaturen Untersuchungen mit dem Apparate anstellen zu können, mussten wir das Mittelstück in der schon bei Schmitt beschriebenen Weise ändern. Während nämlich in Schultze's Beschreibung das Mittelstück aus einem Siedeapparate aus Kupferblech besteht, wurde für die vorliegenden Zwecke dieses samt der Kapillare herausgeschnitten und durch einen Thermostaten ersetzt. Hierzu diente ein doppelwandiges, evakuiertes, versilbertes, zylindrisches Weinholdsches Gefäss von 35 cm Höhe und 9 cm innerem Durchmesser. Es ruhte in einem mit Filz ausgepolsterten Holzfuss und war so aufgestellt und auf ein Brett verschraubt, dass es leicht nach vorwärts und rückwärts, oben und unten bewegt werden konnte. An zwei einander gegenüber liegenden, ungefähr fingerbreiten

Streifen des Gefässes fehlte die Versilberung, sodass an diesen Stellen die Vorgänge im Innern des Gefässes beobachtet und namentlich die Temperaturen leicht abgelesen werden konnten, ohne dass es nötig gewesen wäre, die Thermometer aus dem Kältebade herauszuziehen. Indessen sind diese Gefässe sehr empfindlich, und während der vorliegenden Arbeit sind zwei solcher Gefässe zersprungen, als sie mit flüssiger Luft gefüllt wurden. Vermutlich hatte dies darin seinen Grund, dass in diesen Gefässen auch der Alkohol-Kohlensäurebrei angerührt wurde und dabei vielleicht kleine Beschädigungen durch irgendwelche harten Fremdkörper an den Wänden entstanden sind, sodass die Gefässe dann die starke Abkühlung nicht mehr aushalten konnten.

2. Die Kapillare.

Zu der weitaus grössten Zahl von Versuchen wurde dieselbe Kapillare verwendet, die bereits Schmitt zu seinen Untersuchungen benutzt hatte. Sie hatte eine Länge von 98,00 cm. Da sich ihr Radius durch das Biegen geändert hatte, wurde die Konstante $\frac{R^4}{L}$ und damit ein angenäherter Wert des Radius in später zu beschreibender Weise durch Luftversuche ermittelt und gefunden zu

$$R = 0{,}0079\,133 \text{ cm.}$$

Nach O. E. Meyers Versuchen[1]) soll

$$\frac{L}{2R} = \frac{3000}{1}$$

sein, damit das Poiseuille'sche Gesetz Geltung hat. In unserm Falle war

$$\frac{L}{2R} = 6192,$$

somit die Bedingung erfüllt.

Um die Länge in dem Gefässe für das Temperaturbad unterzubringen, musste die Kapillare zu einer Spirale von 6 Windungen gebogen werden, wie aus der beigegebenen

1) Pogg. Ann. Bd. 148 (1873) pag. 44.

Figur III zu ersehen ist. Um aber das Gas gehörig vorzukühlen, wurde die Kapillare an beiden Enden mit weiteren Ansatzrohren aus Glas versehen, die auf der einen Seite zweimal, auf der anderen dreimal auf und ab führten. Zu den Versuchen bei der Temperatur von — 104° und — 132° mit Argon wurde eine zweite Kapillare verwendet, die ebenso gebogen war, aber 7 Windungen enthielt. Während die Breite der Schleifen bei der ersten Kapillare 8 cm betrug, musste sie bei der zweiten auf 5 cm verringert werden, wodurch die Biegung eine noch stärkere war, als im ersten Falle. Hierbei betrug

$$L = 94{,}50 \text{ cm}$$
$$R = 0{,}005267 \text{ cm}$$

also $$\frac{L}{2R} = 8971.$$

Also auch hier war die Bedingung für die Gültigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes mehr als ausreichend erfüllt.

3. Die Temperaturbäder.

Für die Versuche bei Zimmertemperatur wurde das Weinhold'sche Gefäss mit Leitungswasser gefüllt, und zwar geschah dies bereits am Abend vorher, sodass an dem Versuchstage das Wasser eine konstante Temperatur hatte.

Die Temperatur von — 79° wurde dadurch erzielt, dass man absoluten Alkohol mit dem in bekannter Weise aus Kohlensäurebomben gewonnenen Kohlensäureschnee mischte, unter beständigem Umrühren mit einem Holzstab, bis man einen Brei von der Art des Stärkekleisters erhielt. Es ist dabei zu beachten, dass die zugeworfene feste Kohlensäure vorher mit einem Holz- oder Hornlöffel möglichst zerkleinert wird, da grössere Stücke in dem Brei zu Boden sinken und zu Fehlern Anlass geben können. Um in allen Teilen der Mischung stets eine gleiche Temperatur zu erzielen, kam ein Schraubenrührer zur Anwendung. Er bestand aus einem Spiralbohrer, der sich in einer Messingröhre leicht drehte. Oben seitlich befand sich ein rundes Loch in der Messing-

hülse, um den Brei, der durch die untere Öffnung angesaugt wurde, wieder austreten zu lassen. Am oberen Ende des Bohrers war eine Holzscheibe mit Schnurlauf befestigt. Der Rührer wurde von einem kleinen Elektromotor getrieben, der auf einem besonderen Tische stand, sodass Erschütterungen des Apparates vermieden wurden. Während sämtlicher Versuche wurde der Rührer stets in Bewegung gehalten und es wurde auf diese Weise erreicht, dass die Temperatur in dem Gefässe überall die gleiche war, wie durch Thermometerablesungen in verschiedenen Höhen der Kältemischung festgestellt wurde.

Auch die Temperaturen von 0° an bis zu — 79° hinunter wurden durch Gemische von Alkohol und fester Kohlensäure erhalten. Es ist möglich, mit Hilfe des Kohlensäureschnees dem Alkohol in dem erwähnten Temperaturintervall jede beliebige Temperatur zu erteilen und sie durch geeignetes Zuwerfen kleiner Mengen fester Kohlensäure auch konstant zu erhalten. Allerdings gelingt dies erst nach einiger Übung, und es ist nicht möglich, für eine bestimmte Temperatur die benutzten Mengen anzugeben. Sie mussten für jeden einzelnen Fall von neuem durch Ausprobieren gefunden werden.

Die Temperatur von — 195° wurde durch flüssige Luft erzeugt, die von — 183° durch verflüssigten reinen Sauerstoff, der von der Gesellschaft für Markt- und Kühlhallen in Berlin bezogen wurde.

Da indessen die Temperatur von — 183° sehr nahe an dem Verflüssigungspunkte des Argons liegt, war es von Interesse, zur Kontrolle der erhaltenen Werte noch eine Zwischentemperatur zu benutzen. Die Erzeugung einer solchen Temperatur ist aber mit grossen Schwierigkeiten verbunden, und die bisher angewendeten Verfahren sind etwas zu umständlich. Angeregt durch eine Mitteilung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Band 22, Jahrgang 1902, pag. 14 der Zeitschrift für Instrumentenkunde, in der ein Thermostat für solche tiefe Temperaturen be-

schrieben ist, der indessen aus verschiedenen Gründen für mich nicht verwendbar war, habe ich folgende Anordnung zur Erzeugung einer geigneten Temperatur getroffen. In das evakuierte doppelwandige Gefäss, das die flüssige Luft enthielt, wurden zwei einfache Glasgefässe von zylindrischer Form mit dazwischenliegender Luftschicht gebracht, deren inneres Petroläther enthielt. Das innere Gefäss war ausserdem mit sehr dünnem Nickeldraht umwickelt, da ursprünglich beabsichtigt war, eine zu tiefe Abkühlung des Petroläthers — unterhalb — 140° wird der Petroläther sehr zähflüssig und undurchsichtig — durch elektrisches Heizen auszugleichen. Indessen war es infolge der von oben her stattfindenden Wärmezufuhr nicht möglich, eine Temperatur unterhalb — 135° zu erreichen, sodass die Heizvorrichtung nicht in Anwendung gekommen ist. In das Gefäss mit Petroläther tauchte dann, genau wie bei den andern Versuchen, die Kapillare ein. Da indessen die erste Kapillare bei einer Breite von 8 cm sehr grosse Gefässe und namentlich ein sehr grosses Gefäss für flüssige Luft erfordert hätte, wurde zu diesen Versuchen eine neue Kapillare von geringerer Breite eingesetzt, zu der das vorhandene Gefäss für flüssige Luft ausreichte. Ferner ist zu bemerken, dass es nicht leicht war, das zweite Gefäss in die flüssige Luft einzuführen. Zwei Gefässe zersprangen dabei und erst ein besonders dünnes drittes hielt. Schwierigkeiten machten auch bei diesen Versuchen die Temperaturablesungen. Infolge der in dem Luftmantel befindlichen Feuchtigkeit beschlagen die Gefässe mit einer Schneeschicht, sodass es nicht mehr möglich ist, im Innern des Gefässes die Temperatur abzulesen. Deshalb liess ich das innere Gefäss mitsamt der Petrolätheroberfläche über die beiden andern Gefässe hinausragen, sodass ich hier die Schneeschicht auftauen und durch Hochziehen das Thermometer ablesen konnte. Indessen darf der Pentanfaden nie über die Oberfläche des Petroläthers hinausragen, da in diesem Falle grosse Differenzen auftreten.

Zur Messung der Temperaturen in den Wasserbädern und, falls erforderlich, der Lufttemperaturen dienten in Zehntelgrade geteilte und korrigierte Quecksilberthermometer. Die tiefen Temperaturen wurden mit einem Pentanthermometer gemessen, das zu Anfang der Versuche in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht worden war. Für die Versuche mit Wasserstoff bei der Temperatur der flüssigen Luft diente ein von Herrn Prof. Dr. Erdmann freundlichst zur Verfügung gestelltes Pentanthermometer, für das gleichfalls ein Prüfungsschein von der Reichsanstalt vorlag und dessen Werte ausserdem noch mit dem neu geeichten Thermometer geprüft wurden. Auf dem Prüfungsschein war angegeben, dass das Thermometer des Herrn Professor Erdmann

„bei — 189° um 1° zu hoch"

zeige. Die Vergleichung ergab folgende Resultate:

Ph. I. korr. Wert	Prof. Erdm.	Korr.
— 193,7°	— 192,2°	— 1,5°
— 193,6	— 192,1	— 1,5
— 193,4	— 191,9	— 1,5
— 193,3	— 191,8	— 1,5
— 193,2	— 191,6	— 1,6
— 193,1	— 191,4	— 1,7
— 193,0	— 191,3	— 1,7
— 192,8	— 191,1	— 1,7

Im Durchschnitt beträgt also die Korrektion — 1,6° statt — 1°, was bei der Berechnung der Versuche auch berücksichtigt wurde.

Die Zeit wurde mit einem halbe Sekunden schlagenden Chronometer gemessen.

Vor Beginn der Versuche wurde der gesamte Apparat und das Quecksilber gereinigt, die Hähne wurden gesäubert und geschmiert, Kittungen geprüft und gegebenenfalls er-

neuert. Die Glasteile des Apparats, besonders die Kapillare, wurden nach folgendem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt angegebenen Rezepte[1]) gereinigt:

1. Absoluter Alkohol und Äther (zur Beseitigung von Fett) langsam durchgesaugt.
2. Königswasser,
3. Übermangansaures Kali,
4. Wasser (längere Zeit),
5. trockene Luft mittels der Wasserstrahlpumpe und vorgelegten Trockenrohren mehrere Stunden durchgesaugt. Nach jeder der ersten Operationen wurde mit destilliertem Wasser gespült. Das Glasblasen geschah durch ein vorgelegtes Chlorcalcium-Rohr.

Der Apparat wurde dann durch längeres Stehenlassen unter Vakuum wie unter Überdruck auf die Dichtigkeit aller Teile geprüft. Nachdem festgestellt war, dass alle Teile dicht hielten, wurde der Apparat mehrere Male mit trockener Luft gespült. Diese Operationen wurden nochmals vorgenommen, bevor mit den Versuchen mit Argon begonnen wurde, desgleichen nach dem Einsetzen der neuen Kapillare.

Zum Eichen der Quecksilber-Wassermanometer diente ein Quecksilbermanometer, das mit Hilfe des Kathetometers abgelesen wurde. Auf diese Art war eine Genauigkeit der Ablesung von 0,01 mm möglich. Nach Beendigung jeder Versuchsreihe wurden die Manometer geprüft, und es zeigte sich, dass sie fast stets genau konstant geblieben waren. Etwaige Änderungen der Zimmertemperatur sind dabei insofern berücksichtigt worden, als das Prüfen der Manometer möglichst bei derselben Temperatur vorgenommen wurde, die an den Versuchstagen geherrscht hatte und ferner alle Manometerablesungen auf 0^0 reduziert wurden.

Bei der Ausführung der Versuche wurde im wesentlichen so verfahren, wie es H. Schultze[2]) angibt.

---

1) Ann. d. Phys. 5 (1901) pag. 151—153.
2) Ann. d. Phys. 5 (1901) pag. 151—153.

Für das Konstanthalten des Druckes am zweiten Manometer bin ich besonders Herrn stud. math. Ehrenpfordt, sowie den Herren cand. math. Zeutschel und Völker zu Danke verpflichtet. In einigen Fällen wurde dasselbe auch von den Herren Assistenten des Instituts in dankenswerter Weise besorgt.

Berechnung der Versuche.

Die Berechnung des Reibungskoeffizienten geschah nach der Formel von O. E. Meyer,[1]) wie sie Schultze[2]) angibt.

$$\eta'_{abs} = \pi\, t\, \frac{[p_1(2P + p_1) - p_2(2P + p_2)] \cdot g \cdot 13{,}5957}{2(P + p_1)} \cdot \frac{R^4 \cdot 13.5957\,(1 + \alpha T)}{L \cdot 8 \cdot M \cdot (1 + 0{,}000181 \cdot T)\,(1 + \alpha T')}$$

Hierin bedeutet:

η' den Reibungskoeffizienten ohne Berücksichtigung der Gleitung in absolutem Masse, wenn die übrigen Grössen in cm, gr und sek ausgedrückt sind.
t die Dauer des Versuches,
P den korrigierten Barometerstand,
p_1, p_2 die durch die Manometer angezeigten Drucke,
g die Schwerebeschleunigung, für Halle = 981,14,
R den Radius der Kapillare,
L Länge derselben,
T die Temperatur des Wasserbades der Kugel P resp. P[1],[3])
T' die Tempuratur der Kapillare,
M die erhaltene Masse Quecksilber.

Da infolge des Biegens der Kapillare R nicht als bekannt vorausgesetzt werden durfte, so wurde ein statt $\frac{R^4}{L}$ auftretender Faktor, den man als

1) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase II. Aufl. 1899 pag. 189.
2) H. Schultze, Ann. d. Phys. 5 (1901).
3) Vergl. die Figur von Schultze.

$$\frac{1}{\sum \frac{l}{r^4}} \qquad \frac{1}{\sum \text{Widerstände}}$$

deuten kann, auf eine unter dem Kapitel Luftversuche beschriebene Art ermittelt.

Dulong und Petit bestimmten den Ausdehnungskoeffizienten des Glases zwischen 0^0 und 100^0, 0^0 und 200^0, 0^0 und 300^0, wobei die Temperaturen mit dem Lufthermometer gemessen wurden. Der mittlere kubische Ausdehnungskoeffizient des Glases beträgt in dem Intervall von

$$0^0 \text{ bis } 100^0 = 3\beta_{0,100} = 0{,}0000258$$
$$0^0 \text{ „ } 200^0 = 3\beta_{0,200} = 0{,}0000275$$
$$0^0 \text{ „ } 300^0 = 3\beta_{0,300} = 0{,}0000304$$

Stellt man diese Werte durch eine Funktion der Temperatur dar, so erhält man mit Anwendung von zwei Konstanten den Ausdruck[1])

$$3\beta_{0,t} = 0{,}0000251 + 10^{-11} \cdot 6 \cdot t^2.$$

Nach dieser Gleichung kann man auch für tiefe Temperaturen den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases berechnen. So wurde gefunden:

$$3\beta_{0,-50} = 0{,}0000249$$
$$3\beta_{0,-100} = 0{,}0000245$$
$$3\beta_{0,-200} = 0{,}0000227.$$

Der Ausdehnungskoeffizient des Glases, den Dulong und Petit bestimmten, bezieht sich nun allerdings auf französisches Glas. Für unsere deutschen Gläser liegen von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt[2]) Untersuchungen vor. Dabei schwanken die Werte für Jenaer Glas 59 III z. B. um 0,00001695 herum, also den Wert, den auch Dulong und Petit für französisches Glas angeben. Im hiesigen Institut wurde von Dickenschied[3]) der Ausdehnungskoeffizient des Thüringer Glases, allerdings eben-

1) Winkelmann, Handbuch der Physik 1896 II 2 pag. 48.
2) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1892 bis 1908.
3) F. Dickenschied. Inaug. Diss. Halle 1908.

falls nur für höhere Temperaturen, bestimmt zu 0,00 00 29 144. Die einzigen Untersuchungen über den Ausdehnungskoeffizienten des Glases bei tiefen Temperaturen haben Travers, Senter und Jaquerod[1]) angestellt, ohne indessen die Glassorte anzugeben. Sie haben gefunden

$$0^0 \text{ bis } +100^0 = 0{,}00\,00\,284$$
$$0^0 \text{ bis } -190^0 = 0{,}00\,00\,218$$

Da diese Werte mit den von mir berechneten ziemlich übereinstimmen und die Differenz bei der Berechnung fast gar keinen Unterschied ergibt, so wurde von einer Umrechnung Abstand genommen.

Der Ausdruck $\frac{R^4}{L}$ besitzt nun keinen konstanten Wert, sondern ändert sich mit der Temperatur. Er wurde bestimmt bei einer Temperatur von 16° zu

$$\frac{R^4}{L} = 40013{,}7 \cdot 10^{-15}$$

Nach den Gesetzen über die thermische Ausdehnung fester Körper wird er für 0°

$$\left(\frac{R^4}{L}\right)_0 = \frac{R^4}{L} \cdot \frac{1}{1 + 3\beta t}$$

Ebenso erhalten wir für tiefe Temparaturen den Wert

$$\left(\frac{R^4}{L}\right)_{-t} = \left(\frac{R^4}{L}\right)_0 (1 + 3\beta \cdot [-t]).$$

Aus den oben gefundenen Werten der mittleren kubischen Ausdehnungskoeffizienten können wir leicht auch den linearen Ausdehnungskoeffizienten β für Glas für die einzelnen Temperaturen berechnen. Er beträgt in dem Temperaturintervall von

$$0^0 \text{ bis } -\ 50^0 = 0{,}00\,00\,083$$
$$0^0 \text{ bis } -100^0 = 0{,}00\,00\,082$$
$$0^0 \text{ bis } -200^0 = 0{,}00\,00\,076$$

---

1) Proc. Roy. Soc. 70 1902 pag. 488.

Wir brauchen diese Werte, da ja auch R keine konstante Grösse ist, sondern sich mit der Temperatur ändert

$$R_t = R_0 \ (1 + \beta t)$$

oder, da wir R für Zimmertemperatur gefunden haben zu

$$R = 0{,}0079133$$

$$R_0 = \frac{R}{1 + \beta t} = \frac{0{,}0079133}{1 + \beta \cdot 16} = 0{,}0079122.$$

Die Abhängigkeit der Grössen $\frac{R^4}{L}$ und R von der Temperatur ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt worden:

Tabelle I.[1])

T	$\frac{R^4}{L} \cdot 10^{15}$	R
+ 16°	40 013,7	0,0079133
0°	39 998,2	0,0079122
— 12°	39 987,3	0,0079116
— 18°	39 980,0	—
— 20°	39 978,2	0,0079108
— 40°	39 958,2	0,0079098
— 60°	39 939,1	0,0079082
— 79°	39 920,9	0,0079072
— 183°	39 831,7	0,0079012
— 195°	39 818,2	0,0079010

Mit Hilfe dieser Werte konnte η' berechnet werden. Die gefundenen Werte sind zur Berücksichtigung der Gleitung noch mit

$$1 + \frac{4\zeta}{R}$$

zu multiplizieren, wobei ζ den Gleitungskoeffizienten bezeichnet.

1) Herr Schmitt fand hierfür etwas kleinere Werte. Es rührt das daher, dass von mir vor dem Eichen die Kapillare gereinigt und dabei etwas anders gebogen worden war.

Über den Gleitungskoeffizienten und seine Änderungen bei tiefen Temperaturen liegen noch keine Untersuchungen vor, ich habe ihn deshalb der Theorie entnommen. Nach ihr ist der Gleitungskoeffizient proportional der molekularen Weglänge, und diese wiederum ist gegeben durch die Versuche, die ohne Berücksichtigung der Gleitung berechnet worden sind.

Nach O. E. Meyer ist allgemein:

$$\eta_0 = 0{,}30907 \cdot \varrho_0 \cdot L_0 \cdot \Omega_0,$$

worin bedeutet:

ϱ = Dichte
L = mittlere molekulare Weglänge
Ω = Mittelwert der molekularen Geschwindigkeit.

Bezieht sich nun Index 1 auf Zimmertemperatur und der Index 2 auf die Temperatur, für welche der Wert des Gleitungskoeffizienten berechnet werden soll, so ist:

$$\frac{\eta^1_2}{\eta^1_1} = \frac{\varrho_2 L_2 \Omega_2}{\varrho_1 L_1 \Omega_1}$$

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{1 + \alpha T_1}{1 + \alpha T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2}}{\sqrt{1 + \alpha T_1}}, \text{ also}$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\Omega_1 \cdot \varrho_1 \cdot \eta'_2}{\Omega_2 \cdot \varrho_2 \cdot \eta'_1} = \frac{\zeta_2}{\zeta_1}$$

$$\zeta_2 = \zeta_1 \frac{\sqrt{1 + \alpha T_1}(1 + \alpha T_2) \cdot p_1 \cdot \eta'_2}{\sqrt{1 + \alpha T_2}(1 + \alpha T_1) \cdot p_2 \cdot \eta'_1}$$

$$\zeta_2 = \zeta_1 \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2} \cdot p_1 \cdot \eta'_2}{\sqrt{1 + \alpha T_1} \cdot p_2 \cdot \eta'_1}.$$

Der von Kundt und Warburg aus Schwingungsbeobachtungen gefundene Wert des Gleitungskoeffizienten für Wasserstoff beträgt

$$\zeta = 0{,}0000\,186$$

Nach Markowski pag. 21 ist für Wasserstoff

$$\eta'_1 = 869 \cdot 10^{-7}\, T_1 = 14{,}5^0$$

Aus diesen Werten und den von mir ohne Berücksichtigung der Gleitung gefundenen läßt sich ζ_2 finden nach der Formel:

$$\zeta_2 = \zeta_1 \cdot \frac{76\sqrt{1+\alpha T_2}\cdot \eta_2'}{p_2\sqrt{1+\alpha T_1}\cdot \eta_1'}$$

Hierbei ist:

$$p_2 = \frac{P_0}{1+\frac{P_0 - p_0}{P_0}}, \text{ worin}$$

$$P_0 = P + p_1 \text{ resp. } P + p_2 \text{ und}$$
$$p_0 = P + p_2 \text{ resp. } P + p_1$$

ist, wenn p_1, p_2 und P die in der Hauptformel angegebenen Bedeutungen besitzen.

Auf diese Art sind die Werte von ζ für die einzelnen Temperaturen berechnet und in die Tabelle II eingetragen worden.

Auch für Argon wurde ζ so ermittelt. Da hierbei auch der Gleitungskoeffizient für Zimmertemperatur nicht bekannt war, so wurde er aus Schierlohs Werten rückwärts berechnet zu

$$\zeta_1 = 0{,}00\,0009494$$
$$\text{für } T_1 = 15{,}88^0$$

Mit Hilfe dieses Wertes sind dann auch für Argon die in der Tabelle II angegebenen Werte ermittelt worden. Nachdem so die erforderlichen Grössen bekannt waren, konnte am Ende jeder Versuchsreihe auch der Wert des Reibungskoeffizienten mit Berücksichtigung der Gleitung berechnet werden.

Tabelle II.

T	Ar. $\zeta \cdot 10^9$	H. $\zeta \cdot 10^9$
+ 15°	9494	18 600
0	8457	16 460
— 12	—	15 960
— 18	—	15 390
— 20	7642	—
— 40	6792	13 770
— 60	5975	12 310
— 79	5265	11 160
— 183	1684	—
— 195	—	4 030

Eine neue Theorie über die Vorgänge bei der Reibung von Gasen in Kapillarröhren ist von Knudsen[1]) aufgestellt und durch Versuche belegt worden. Er hat dabei auch eine Formel, die die Gleitung zu berechnen gestattet, abgeleitet. Es ist nämlich

$$\zeta = \frac{8\sqrt{2}\cdot\eta'\cdot c_1}{3\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{\varrho_1}\cdot p\cdot c_2}$$

Zu bemerken ist hierbei, dass alle Drucke in Dynen pro cm^2 ausgedrückt werden müssen und ferner die Dichtigkeit ϱ_1 des Gases sich auf Wasser = 1 bezieht. Wenn ich nach dieser Formel den Gleitungskoeffizienten ζ für die verschiedenen Temperaturen berechne, so erhalte ich die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte.

Tabelle IIa.

T	Ar. $\zeta \cdot 10^9$	H. $\zeta \cdot 10^9$
+ 15°	8743	15 570
0°	8235	14 460
— 12°	—	13 990
— 18°	—	13 570

1) Knudsen, Ann. d. Phys. 1909 Bd. 29 S. 73.

T	Ar. $\zeta \cdot 10^9$	H. $\zeta \cdot 10^9$
— 20°	7447	—
— 40°	6606	12 070
— 60°	5823	10 790
— 79°	5113	9 782
— 104°	4235	—
— 132°	3138	—
— 183°	1633	—
— 195°	—	3 442

Ein Vergleich dieser Tabelle mit der Tabelle II zeigt, dass die nach der Knudsenschen Theorie berechneten Werte etwas kleiner sind, als die nach der alten Theorie berechneten, dass indessen die Werte ziemlich genau, namentlich für tiefe Temperaturen übereinstimmen. Die Differenz beider ist so gering, dass sie für die Berechnung von η aus η' keinen Einfluss hat. Deshalb habe ich auch davon Abstand genommen, diese Werte weiterhin zu verwerten.

Versuche mit atmosphärischer Luft.

Da, wie bereits erwähnt wurde, der Radius der Kapillare sich beim Biegen ändert und sich nach dem Biegen nicht mehr direkt bestimmen lässt, so musste eine indirekte Methode zu seiner Bestimmung angewendet werden. Von Schultze, Markowski, Tänzler und Schierloh lagen Versuche mit atmosphärischer Luft bei Zimmertemperatur vor. Es wurden nun Versuche mit Luft unter Bedingungen angestellt, die denen entsprachen, unter denen jene früheren Versuche angestellt worden waren. Dann wurde der Versuch soweit ausgerechnet, dass sich ergab

$$\eta' = \frac{F}{\sum \frac{l}{r^4}}$$

und nun η' aus den früheren Versuchen übernommen und eingesetzt. Dadurch lässt sich $\sum \frac{l}{r^4}$ berechnen. Schreiben wir hierfür $\frac{L}{R^4}$, so kann aus dem angenähert bekannten L [1]) auch R erhalten werden. Da die Kapillaren durch L und R übersichtlicher charakterisiert sind, ist unten ausser $\frac{R^4}{L} = \left(\sum \frac{l}{r^4}\right)^{-1}$ L und R angegeben; infolge der Art der Berechnung ist $\frac{R^4}{L}$ als streng anzusehen, wenn auch R und L selbst nur angenähert richtig sind.

Die letzte Spalte der Tabelle III enthält die Angabe, aus welcher Arbeit der zur Rechnung benutzte Wert von η' genommen wurde. Es bedeutet: Schu. die Dissertation von Schultze, M. die von Markowski, T. von Tänzler, Schi. von Schierloh. Die Zahlen geben die Seite an.

Tabelle III. Kapillare I.

	T'	$\frac{R^4}{L} \cdot 10^{15}$	$\eta' \cdot 10^7$	Benutzte Arb.
L	12,20	40 237,9	1778,0	Schi. 24
R	13,11	39 890,9	1801,5	„
L	13,69	40 221,2	1783,7	T. 20
R	15,49	39 996,3	1804,8	Schu. 36, M. 11.
L	15,95	40 195,9	1796,8	M 11
R	16,16	39 795,0	1815,9	„
L	16,35	40 103,8	1803,9	M. 11, Schi. 25
R	16,55	39 927,9	1813,9	Schi 25
L	16,55	40 194,7	1801,9	„
R	19,42	39 879,3	1829,6	T. 21
L	19,21	40 027,8	1819,4	„
R	19,11	39 693,5	1833,7	„
	16,15	40 013,7	1806,9	

$R = 0{,}0079133$ cm.

1) Vergl. Seite 11 L = 98,00 cm und Seite 12 L = 94,50 cm.

Tabelle IV. Kapillare II.

	T'	$\frac{R^4}{L} \cdot 10^{15}$	R
L	14,61	8109,4	0,005261
R	15,75	8428,3	5312
R	17,65	7941,2	5234
L	17,65	8262,8	5286
L	17,72	8234,0	5281
R	17,76	8320,8	5295
L	17,85	8373,8	5304
R	14,41	7965,0	5238
L	15,86	8003,5	5244
R	15,25	8173,4	5272
L	15,45	8040,0	5251
R	15,61	7904,6	5228
	16,29	8146,4	0,005267

Hierzu ist noch zu bemerken, dass auch diese Versuche mit Luft ausgeführt worden sind, die dem Garten des physikalischen Instituts mit Hilfe von Bleirohr entnommen und durch Schwefelsäure, sowie über Natronkalk und Phosphorpentoxyd geführt worden war.

Gleichzeitig war durch die erste Versuchsreihe auch der Apparat noch einmal auf seine Brauchbarkeit hin geprüft worden. Deshalb sind in der Tabelle III auch die Werte von η' angegeben worden, die mit dem neugefundenen Mittelwert für $\frac{R^4}{L}$ gefunden wurden. Vergleicht man den von mir beobachteten Mittelwert mit früheren Beobachtungen, so ergibt sich Übereinstimmung. So findet z. B. Markowski

$$T' = 15{,}9^0 \quad \eta' \cdot 10^7 = 1805,$$

womit der von mir beobachtete Wert

$$T' = 16{,}2^0 \quad \eta' \cdot 10^7 = 1807$$

also $T' = 15{,}9^0 \quad \eta' \cdot 10^7 = 1806$

ziemlich genau übereinstimmt.

Versuche mit Wasserstoff.

Der Apparat wurde zunächst wieder scharf evakuiert und längere Zeit unter Vakuum stehen gelassen. Der Wasser

stoff hatte in einer Pipette nach Salet unter Überdruck gestanden. Die Verbindung der Pipette mit dem Apparate geschah durch Verblasen der betreffenden Glasteile. Das Gas wurde dann langsam in den Apparat hineingelassen und derselbe nach genügender Füllung wieder abgeschlossen. Im Apparate wurde das Gas stets unter Überdruck gehalten.

Zur Erklärung der Tabellen ist noch zu bemerken, dass in der ersten Spalte R bedeutet, dass das Gas von rechts nach links durch den Apparat gedrückt wurde, L umgekehrt, dass es von links nach rechts die Kapillare durchströmt. Im ersten Falle gelten die Manometerdrucke p_1 und p_2. Die Bedeutung der übrigen Grössen ist aus der Hauptformel ersichtlich.

Die Resultate der Reibungsversuche sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt worden.

Wasserstoff.

Tabelle V.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	18,90	14,15	12,410	3,296	75,103	900	257,91	870,39
R	18,70	14,41	„	„	75,093	„	257,36	870,89
L	18,90	14,83	„	„	75,093	„	256,54	872,97
R	18,80	15,23	„	„	75,071	960	274,36	869,18
L	19,05	15,53	„	„	75,063	900	257,18	869,09
R	18,74	15,85	„	„	75,044	„	255,66	872,28
L	17,40	14,63	„	„	75,097	„	256,61	869,08
R	17,40	14,85	„	„	75,093	„	255,91	870,79
L	17,55	15,03	„	„	75,093	„	256,36	869,03
L	17,66	15,25	„	„	75,094	„	255,62	871,30
R	17,62	15,35	„	„	75,084	„	255,73	870,50
L	15,68	13,23	„	„	75,074	„	258,38	862,48
R	15,45	13,31	„	„	75,071	„	258,60	862,83
L	16,00	14,01	„	„	75,085	„	257,61	863,60
R	15,90	14,22	„	„	75,111	„	256,06	867,92
R	15,98	14,50	„	„	75,121	„	255,81	868,16
		14,65			75,091			868,78

$$\eta_{14,65} \cdot 10^7 = 876{,}78.$$

Tabelle VI.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	16,80	— 0,15	12,410	3,296	74,962	900	280,61	835,84
R	16,70	+ 0,08	„	„	74,972	„	278,88	840,52
L	16,88	+ 0,51	„	„	74,953	„	278,62	839,95
R	16,80	+ 1,65	„	„	74,962	„	277,61	839,32
		+ 0,52			74,962			838,91

$\eta_{+0,52} \cdot 10^7 = 845{,}92.$

Tabelle VII.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
R	15,16	— 0,71	12,410	3,296	76,489	900	278,66	839,58
L	15,28	— 0,04	„	„	76,495	„	278,81	836,60
R	15,20	+ 0,17	„	„	76,494	„	277,53	840,40
L	15,40	— 0.05	„	„	76,483	„	280,08	833,95
R	15,40	— 0,24	„	„	76,473	„	278,06	840,50
L	15,60	+ 0,32	„	„	76,481	„	280,51	832,14
R	15,50	+ 0,19	„	„	76,471	„	278,36	838,60
L	15,70	— 0,10	„	„	76,460	„	279,86	835,54
		— 0,06			76 481			837,16

$\eta_{-0.06} \cdot 10^7 = 844{,}15.$

Tabelle VIII.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	16,68	— 13,03	12,410	3,296	75,054	720	243,28	809,06
R	16,57	— 11,72	„	„	75,053	„	239,56	817,20
L	16,70	— 10,93	„	„	75,062	„	239,21	816,26
		— 11,89			75,056			814,14

$\eta_{-11,89} \cdot 10^7 = 820{,}72.$

Tabelle IX.

	T	T′	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	16,60	— 18,26	12,410	3,296	75,114	900	314,02	799,30
R	16,30	— 17,28	„	„	75,118	720	252,96	791,77
		— 17,77			75,116			795,54

$\eta_{-17,77} \cdot 10^7 = 801,73.$

Tabelle X.

	T	T′	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
R	15,20	— 40,08	12,410	3,296	76,245	600	241,58	753,95
L	15,40	— 40,14	„	„	76,252	„	241,83	753,90
R	15,43	— 40,01	„	„	76,208	„	240,43	753,90
L	15,50	— 40,21	„	„	76,223	„	240,78	757,65
R	15,50	— 39,91	„	„	76,223	„	241,66	753,92
L	15,70	— 38,81	„	„	76,233	„	242,21	749,15
		— 39,86			76,231			754,41

$\eta_{-39,86} \cdot 10^7 = 759,67.$

Tabelle XI.

	T	T′	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	14,80	— 60,00	12,410	3,296	76,268	600	283,26	701,92
R	14,80	— 60,43	„	„	76,294	„	282,46	705,34
L	14,90	— 59,99	„	„	76,292	„	282,01	705,18
R	14,90	— 59,96	„	„	76,261	„	279,35	711,80
L	15,00	— 60,09	„	„	76,280	„	283,46	702,17
R	15,00	— 60,00	„	„	76,238	„	279,90	710,76
L	15,00	— 60,83	„	„	76,244	„	283,86	703,80
		— 60,19			76,268			705,85

$\eta_{-60,19} \cdot 10^7 = 710,25.$

Tabelle XII.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' . 10^7$
R	15,30	— 78,43	12,410	3,296	75,794	360	194,98	670,31
R	15,40	— 78,78	„	„	75,832	„	196,17	667,67
L	15,60	— 79,20	„	„	75,832	„	196,10	669,80
R	15,63	— 79,30	„	„	75,863	„	196,18	669,97
L	15,80	— 78,72	„	„	75,870	„	197,76	663,03
R	15,70	— 78,32	„	„	75,890	„	197,28	663,10
L	16,03	— 78,78	„	„	75,900	„	198,66	661,71
R	15,70	— 78,58	„	„	75,918	„	196,88	665,36
L	16,10	— 78,54	„	„	75,927	„	196,79	666,38
R	15,93	— 78,60	„	„	75,927	„	195,35	668,13
		— 78,73			75,875			666,55

$$\eta_{-78{,}73} \cdot 10^7 = 670{,}31.$$

Tabelle XIII.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' . 10^7$
R	15,2	— 194,75	12,390	3,774	76,284	120	276,6	373,83
R	15,3	— 194,65	13,414	„	76,292	„	307,4	370,44
L	15,3	— 194,70	12,594	„	76,281	180	418,9	374,96
R	15,5	— 194,45	12,323	„	76 262	„	413,3	367,93
L	15,5	— 195,13	11,052	„	76,271	„	349,3	376,46
R	15,6	— 195,10	12,390	„	76,273	„	407,4	379,33
L	15,6	— 195,00	11,052	„	76,263	220	429,4	373,74
R	15,6	— 195,00	12,950	„	76,263	180	440,9	371,70
L	15,65	— 195,00	11,431	„	76,263	„	369,6	373,08
R	15,7	— 194,90	13,154	„	76,263	150	372,1	370,50
L	15,75	— 195,00	11,744	„	76,257	180	381,1	376,12
		— 194,88	12,190		76,270			373,46

$$\eta_{-194{,}38} \cdot 10^7 = 374{,}22.$$

Ein Vergleich mit früheren Beobachtungen ergibt zunächst eine Übereinstimmung meiner Werte bei Zimmertemperatur mit den von Markowski gefundenen Werten. Markowski fand

$$T = 14{,}5 \qquad \eta \cdot 10^7 = 877$$

Ich habe beobachtet

$$T = 14{,}6 \qquad \eta \cdot 10^7 = 877.$$

Andrerseits zeigt sich auch hier, wie schon Markowski nachwies, dass die Werte Breitenbachs[1]) nicht stimmen.

Für den Reibungkskoeffizienten von Wasserstoff bei Zimmertemperatur findet Breitenbach

$$T = 15^0 \quad \eta' \cdot 10^7 = 912 \text{ und}$$
$$T = 15^0 \quad \eta' \cdot 10^7 = 893.$$

Mit Berücksichtigung der Gleitung würde auch der kleinere Wert noch immer ergeben

$$T = 15^0 \quad \eta \cdot 10^7 = 902$$

während Markowski fand:

$$T = 15^0 \quad \eta \cdot 10^7 = 878,$$

also eine ziemliche Differenz gegen die hier beobachteten Werte.

Unter seinen Versuchen mit Wasserstoff hat er auch zwei bei einer Temperatur von $-20{,}6^0$ unternommen. Er gibt an, dass der Wasserstoff, den er zu diesen Versuchen benutzt hat, jedenfalls als der reinste verwendete anzusehen ist, und dass deshalb diese Zahlen unverändert aufgenommen worden sind. Die Temperatur von -21^0 erzeugte er durch eine Kältemischung von Schnee und Kochsalz. Zur Prüfung seiner Werte habe ich ebenfalls Versuche mit Schnee und Kochsalz-Mischung angestellt, doch ist es mir nicht gelungen, eine tiefere Temperatur als $-18{,}5^0$ zu erzielen. In Tabelle IX

1) P. Breitenbach. Ann. d. Phys. Bd. 67 (1899).

sind die beiden Versuche angeführt worden. Wenn nun auch nicht genau dieselbe Temperatur erreicht wurde, so zeigen doch schon die beobachteten und die daraus mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten berechneten Werte, dass die Werte Breitenbachs auch bei diesen beiden Versuchen zu gross sind. Er findet

$$T = -20{,}6\ \eta' \cdot 10^7 = 823.$$

Ich finde aus meinen Werten

$$T = -20{,}6\ \eta' \cdot 10^7 = 791.$$

Da Breitenbach indessen die Länge seiner Kapillaren und ihren Durchmesser nicht angibt, so lässt sich nicht übersehen, ob nur Verunreinigungen des Gases die Differenzen herbeigeführt haben oder ob auch noch andere Faktoren dabei in Betracht zu ziehen sind.

Um die Abhängigkeit der inneren Reibung von der Temperatur auszudrücken, hat Sutherland die Formel aufgestellt:

$$\eta_\vartheta = \eta_0 \frac{1 + \alpha C}{1 + \frac{C}{\Theta}} \sqrt{1 + \alpha \vartheta},$$

in der

ϑ die betreffende Temperatur nach Celsius
Θ die absolute Temperatur und
C die Kohäsionskonstante

bedeuten.

Nun hat Markowski für die Sutherlandsche Formel mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate für die Konstanten gefunden: (für H_2)

$$C = 83$$
$$\eta_0 = 841 \cdot 10^{-7}.$$

Berechnen wir mit Hilfe dieser Konstanten die Werte von η_ϑ für die einzelnen Temperaturen, bei denen beobachtet wurde, und stellen sie den beobachteten Werten gegenüber, so erhalten wir folgende Tabelle:

Tabelle XIV.

T	η beobachtet	η berechnet
+ 14,65	$877 . 10^{-7}$	$874 . 10^{-7}$
0,52	846	843
— 11,89	821	814
— 17,77	802	800
— 39,86	760	747
— 60,19	710	697
— 78,73	670	648
— 194,9	374	284

Daraus ergibt sich, dass die Sutherlandsche Formel mit ziemlicher Annäherung noch gilt bis zu einer Temperatur von etwa -80^0. Bei der Temperatur der flüssigen Luft indessen zeigt sich eine solche Abweichung, dass es wohl nicht gut möglich ist, hier noch von einer Gültigkeit der Formel zu reden. Hier ist der beobachtete Wert des inneren Reibungskoeffizienten bei weitem grösser als der berechnete.

Dass von der Temperatur von -80^0 an ein abweichendes Verhalten des Wasserstoffs eintritt, ist auch bei dem Joule-Thomsonschen Versuche beobachtet worden. Lässt man einen Gasstrom stationär durch ein Rohr strömen, in welchem ein Watteprop so angebracht ist, dass derselbe den Durchgang des Gases verzögert, so ist vor und hinter dem Watteprop eine Druckdifferenz vorhanden. Man kann dann bei Luft beobachten, dass hinter dem Propf die Temperatur etwas niedriger ist, als vor demselben, beim Wasserstoff umgekehrt höher. Stellt man indessen den Versuch an mit Wasserstoff, der unter -80^0 abgekühlt ist, so findet eine Umkehrung des Vorganges statt, und der Wasserstoff verhält sich jetzt analog der Luft.

Es wurde nun der Versuch gemacht, mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate aus den beobachteten Werten die Konstanten C und η_0 der Sutherlandschen Formel neu zu bestimmen. Man erhält dann einen Wert

$$C = 45{,}1,$$

also beinahe nur die Hälfte des früher gefundenen Wertes. Setzt man dies neu gefundene C ein, so stimmen die berechneten Werte bei -60^0 und -80^0 mit den beobachteten sehr gut überein, für -195^0 gibt es indessen noch immer ziemliche Differenzen, und andrerseits weichen jetzt auch für 0^0 und für Zimmertemperatur die berechneten Werte von den Beobachtungen ab. Sehr gross werden die Differenzen aber dann wieder bei den Werten von $+100$ und $+184^0$, für die Markowski die Gültigkeit der Sutherlandschen Formel nachgewiesen hatte. Es wurde infolgedessen wieder davon Abstand genommen und der von Markowski gefundene Wert von

$$C = 83$$

beibehalten, da die Gültigkeit der Sutherlandschen Formel für höhere Temperaturen wohl unzweifelhaft erwiesen ist und dieser Wert der Formel entspricht. Andrerseits hat auch schon Schmitt die Beobachtung gemacht, dass der Wert des Reibungskoeffizienten von Helium bei der Temperatur der flüssigen Luft der Sutherlandschen Formel nicht mehr entspricht, und zwar liegen die Abweichungen beim Helium in demselben Sinne wie beim Wasserstoff. Damit verhielte sich auch in diesem Punkte, wie in manchen andern, Helium analog dem Wasserstoff.

Um nun indessen festzustellen, in welcher Beziehung die einzelnen beobachteten Werte zu einander stehen, wurden sie in der ersten der angehängten Zeichnungen graphisch dargestellt, und zwar geschah es in der Art, dass als Abszissen die Temperaturen, als Ordinaten die zugehörigen Reibungskoeffizienten aufgetragen wurden. Dann lässt sich der Verlauf der Änderung des Reibungskoeffizienten fast genau durch eine gerade Linie darstellen, während die nach der Sutherlandschen Formel berechneten Werte eine nach oben konkave Kurve ergeben würden.

Versuche mit Argon.

Nachdem der Wasserstoff aus dem Apparate entfernt war, wurde noch einmal eine Reinigung des Apparates und

des dazu gehörigen Quecksilbers vorgenommen. Dann wurde wieder auf Dichte geprüft durch Stehenlassen unter Unter- und Überdruck, mehrere Male mit trockner Luft gespült und schliesslich das Argon in der bei Wasserstoff beschriebenen Weise in den Apparat gebracht. Um die neue Kapillare einsetzen zu können, war es nötig, das Argon wieder in die Salet'sche Pipette zurückzuholen. Es gelang dies bei dem allergrössten Teile, ein kleiner Rest indessen musste abgepumpt werden. Nachdem die neue Kapillare durch Luftversuche geeicht war, wurde nur das Argon aus der Salet'schen Pipette wieder in den Apparat geholt, das abgepumpte indessen nicht wieder verwendet. Durch Spektralanalyse war keine Verunreinigung in dem Argon zu finden. Zur Sicherheit wurden aber ausserdem noch einmal Versuche mit dem Argon bei Zimmertemperatur angestellt, und es zeigte sich, dass die Werte mit den früher beobachteten übereinstimmten.

Die Resultate der Reibungsversuche mit Argon sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Argon.

Tabelle XV. Kapillare I.

	T	T'	$p_1 (p_2)$	$p_2 (p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	14,20	13,15	14,182	3,781	76,142	1800	229,86	2189,9
R	13,20	13,15	„	„	76,174	„	228,96	2191,1
L	13,50	13,27	„	„	76,159	„	229,46	2187,7
R	13,50	13,27	„	„	76,138	„	227,91	2202,6
L	13,80	13,37	„	„	76,116	„	228,66	2196,6
R	14,00	13,54	„	„	75,946	„	227,76	2205,3
L	13,20	12,89	„	„	75,844	„	228,63	2195,8
R	13,20	12,95	„	„	75,822	„	229,08	2191,4
		13,17			76,043			2195,1

$$\eta_{13.17} \cdot 10^7 = 2207{,}0.$$

Tabelle XVI. Kapillare II.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
R	14,10	14,02	14,172	3,838	75,883	2700	69,08	2204,0
R	16,34	14,82	„	„	75,766	3600	89,85	2269,4
R	15,60	14,47	„	„	75,766	3600	93,58	2176,3
R	15,53	15,10	„	„	75,874	3000	78,05	2169,4
L	16,40	15,35	„	„	75,833	3000	76,17	2227,0
R	17,28	15,73	„	„	75,761	3000	78,08	2176,0
		14,91			75,814			2203,7

$\eta_{14,91} \cdot 10^7 = 2219,6.$

Tabelle XVII. Kapillare I.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
R	13,30	— 0,25	14,182	3,781	74,916	1800	249,88	2109,6
L	13,40	— 0,21	„	„	74,912	„	248,41	2117,2
R	13,40	— 0,05	„	„	74,911	„	250,18	2101,0
L	13,70	— 0,43	„	„	74,879	„	249,23	2114,3
R	13,70	— 0,95	„	„	74,837	„	251,33	2100,5
L	13,90	— 0,31	„	„	74,825	„	251,48	2095,8
R	13,90	+ 0,71	„	„	74,814	„	249,25	2106,6
		— 0,21			74,871			2106,4

$\eta_{-0,21} \cdot 10^7 = 2115,6.$

Tabelle XVIII.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	14,00	— 20,31	14,182	3,781	74,999	1800	287,41	1978,9
R	14,10	— 20,20	„	„	74,996	„	287,91	1974,6
L	14,15	— 20,43	„	„	74,994	„	287,26	1982,1
R	14,10	— 20,19	„	„	74,964	„	287,56	1977,8
L	14,30	— 20,13	„	„	74,902	1860	296,73	1981,2
		— 20,25			74,971			1978,9

$\eta_{-2} \cdot 10^7 = 1986,6.$

Tabelle XIX.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
R	13,00	— 40,14	14,182	3,781	75,768	1560	289,08	1844,7
L	13,10	— 40,46	„	„	75,763	„	289,26	1846,8
R	13,10	— 40,04	„	„	75,699	„	289,31	1843,0
L	13,40	— 40,11	„	„	75,699	„	288,84	1848,4
R	13,40	— 40,03	„	„	75,670	„	288,95	1849,3
R	13,90	— 40,23	„	„	75,517	„	289,26	1849,5
L	13,97	— 40,19	„	„	75,505	„	289,36	1849,0
		— 40,17			75,660			1847,2

$\eta_{-40,17} \cdot 10^7 = 1853,5.$

Tabelle XX.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	14,50	— 60,91	14,182	3,781	75,126	1200	267,53	1690,9
R	14,50	— 59,99	„	„	75,114	„	266,94	1687,2
L	14,80	— 59,92	„	„	75,091	„	265,56	1697,8
R	14,80	— 60,10	„	„	75,091	„	267,16	1688,3
L	14,90	— 59,76	„	„	75,082	„	264,86	1700,7
R	14,90	— 60,30	„	„	75,082	1140	254,76	1684,0
		— 60,16			75,099			1691,5

$\eta_{-60,16} \cdot 10^7 = 1696,6.$

Tabelle XXI.

	T	T'	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	13,33	— 78,48	14,182	3,781	75,963	900	234,55	1571,1
R	13,30	— 78,13	„	„	75,951	„	232,13	1583,7
L	13,50	— 78,91	„	„	75,919	„	234,66	1574,0
R	13,50	— 78,67	„	„	75,886	„	234,10	1575,7
L	13,68	— 78,74	„	„	75,886	„	235,56	1567,5
L	14,15	— 79,70	„	„	75,853	896	236,51	1565,5
R	14,13	— 79,13	„	„	75,863	900	237,03	1564,3
L	14,30	— 78,96	„	„	75,882	1020	269,38	1559,5
R	14,20	— 78,73	„	„	75,850	900	235,33	1572,6
		— 78,82			75,895			1570,4

$\eta_{-78,82} \cdot 10^7 = 1574,6.$

Tabelle XXII. Kapillare II.

	T	T′	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	16,60	— 104,4	14,172	3,838	74,581	922	64,77	1374,5
R	16,78	— 134,3	14,172	3,838	73,689	900	102,10	1034,5
L	17,40	— 133,4	„	„	73,718	„	92,35	1138,7
R	17,30	— 132,3	„	„	73,742	„	95,45	1092,7
L	17,70	— 132,1	„	„	73,755	„	94,60	1102,5
R	17,50	— 129,4	„	„	73,755	„	89,05	1148,5
		— 132,3			73,734			1103,4

$$\eta_{-104,4} \cdot 10^7 = 1379,7.$$

$$\eta_{-132,3} \cdot 10^7 = 1106,1.$$

Tabelle XXIII.

	T	T′	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$
L	15,13	—183,40	11,200	3,838	75,863	300	259,02	745,7
L	15,30	— 183,27	11,124	„	75,869	„	258,63	739,0
R	15,00	—183,13	12,300	„	75,867	„	296,33	742,4
L	15,40	— 183,07	12,755	„	75,842	„	310,43	745,4
R	15,40	—182,90	11,827	„	75,842	360	338,93	736,2
L	15,50	— 182,93	12,050	„	75,849	300	294,33	725,8
R	15,40	— 182,90	11,955	„	75,839	„	288,83	731,0
L	15,60	—182,96	11,745	„	75,830	„	286,33	722,5
L	15,80	—183,33	11,382	„	75,822	360	327,03	726,8
R	15,70	— 183,35	12,734	„	75,813	300	317,33	730,6
L	15,90	—183,28	11,960	„	75,794	„	287,28	739,7
		—183,17	11,912		75,839			735,0

$$\eta_{-183,17} \cdot 10^7 = 735,6.$$

Aus den Versuchen bei Zimmertemperatur ergibt sich zunächst eine gute Übereinstimmung der gefundenen Werte mit den früher beobachteten. So fand Schierloh:

$T = 12,7^0$ $\quad \eta \cdot 10^7 = 2203$

$T = 15,0^0$ $\quad \eta \cdot 10^7 = 2217.$

Ich habe beobachtet

$$T = 12{,}7^0 \qquad \eta \cdot 10^7 = 2204$$
$$T = 15{,}0^0 \qquad \eta \cdot 10^7 = 2220.$$

Der letzte Wert wurde schon von Tänzler gefunden, dessen Argon allerdings durch geringe Beimengungen von Xenon, Krypton und Neon verunreinigt war. Da das von mir untersuchte Argon spektralanalytisch diese Verunreinigungen nicht zeigte, so ergibt sich, dass geringe Beimengungen dieser Gase zum Argon keinen merklichen Einfluss auf den inneren Reibungskoeffizienten haben.

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate wurden die Konstanten für die Sutherlandsche Formel gefunden zu

$$C = 174{,}6 \text{ und } \eta_0 \cdot 10^7 = 2114.$$

Mit Hilfe dieser Werte wurden für die beobachteten Temperaturen die Werte von η nach der Sutherlandschen Formel berechnet und in der folgenden Tabelle zum Vergleich mit den beobachteten zusammengestellt.

Tabelle XXIV.

T	η beobachtet	η berechnet
13,17	$2207 \cdot 10^{-7}$	$2205 \cdot 10^{-7}$
— 0,21	2116	2115
— 20,25	1986	1974
— 40,17	1854	1830
— 60,16	1697	1682
— 78,82	1575	1540
— 104,40	1379	1354
— 132,30	1106	1110
— 183,17	736	675

Hieraus ergibt sich, dass für Argon die Sutherlandsche Formel mit ziemlicher Genauigkeit bis zu den tiefsten Temperaturen Gültigkeit besitzt. Bei dem Werte von — 132,3° nähern sich beide Werte wieder fast vollkommen,

gehen dann allerdings wieder weiter auseinander. Bei — 183° ist die Differenz ziemlich gross, indessen doch noch nicht so stark, wie wir es beim Wasserstoff beobachtet haben. Ausserdem kommt hier noch hinzu, dass diese Temperatur sehr nahe an dem Verflüssigungspunkte des Argons liegt und deshalb grössere Abweichungen leichter erklärlich sind. Wir können deshalb wohl behaupten, dass für Argon die Sutherlandsche Formel auch für tiefe Temperaturen Gültigkeit besitzt und hätten damit ein Analogon gefunden zum Stickstoff, für den Bestelmeyer die Gültigkeit der Sutherlandschen Formel bei tiefen Temperaturen nachgewiesen hat.

In gleicher Weise, wie beim Wasserstoff beschrieben wurde, sind in Figur II der angehängten Zeichnungen die Werte graphisch dargestellt worden. Es zeigt sich dabei besonders deutlich die Annäherung der Kurve der beobachteten Werte an die der berechneten bei — 132° und das Umbiegen nach — 183° zu.

Resultate.

1. Es wurde die Abnahme des inneren Reibungskoeffizienten für Wasserstoff und Argon mit abnehmender Temperatur beobachtet und an der Hand der gefundenen Werte die von Sutherland aufgestellte Formel auf ihre Gültigkeit bei tiefen Temperaturen geprüft.

2. Die Abnahme des Reibungskoeffizienten von Argon mit abnehmender Temperatur lässt sich durch die Sutherlandsche Formel bis zu der Temperatur von — 132° sehr gut ausdrücken. Auch für tiefere Temperaturen gilt die Formel noch mit ziemlicher Genauigkeit.

3. Für Wasserstoff hat die Sutherlandsche Formel Gültigkeit bis zu einer Temperatur von ungefähr — 80°. Unterhalb dieser Temperatur ist der innere Reibungskoeffizient des Wasserstoffs grösser, als ihn die Sutherlandsche Formel angibt.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden vom Juni 1908 bis Januar 1909 im physikalischen Institut der Universität Halle a. S. durchgeführt.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geh. Reg. Rat Prof. Dr. E. Dorn, für die freundliche Anregung und die mir ständig zuteil gewordene liebenswürdige Unterstützung und Beratung bei dieser Arbeit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

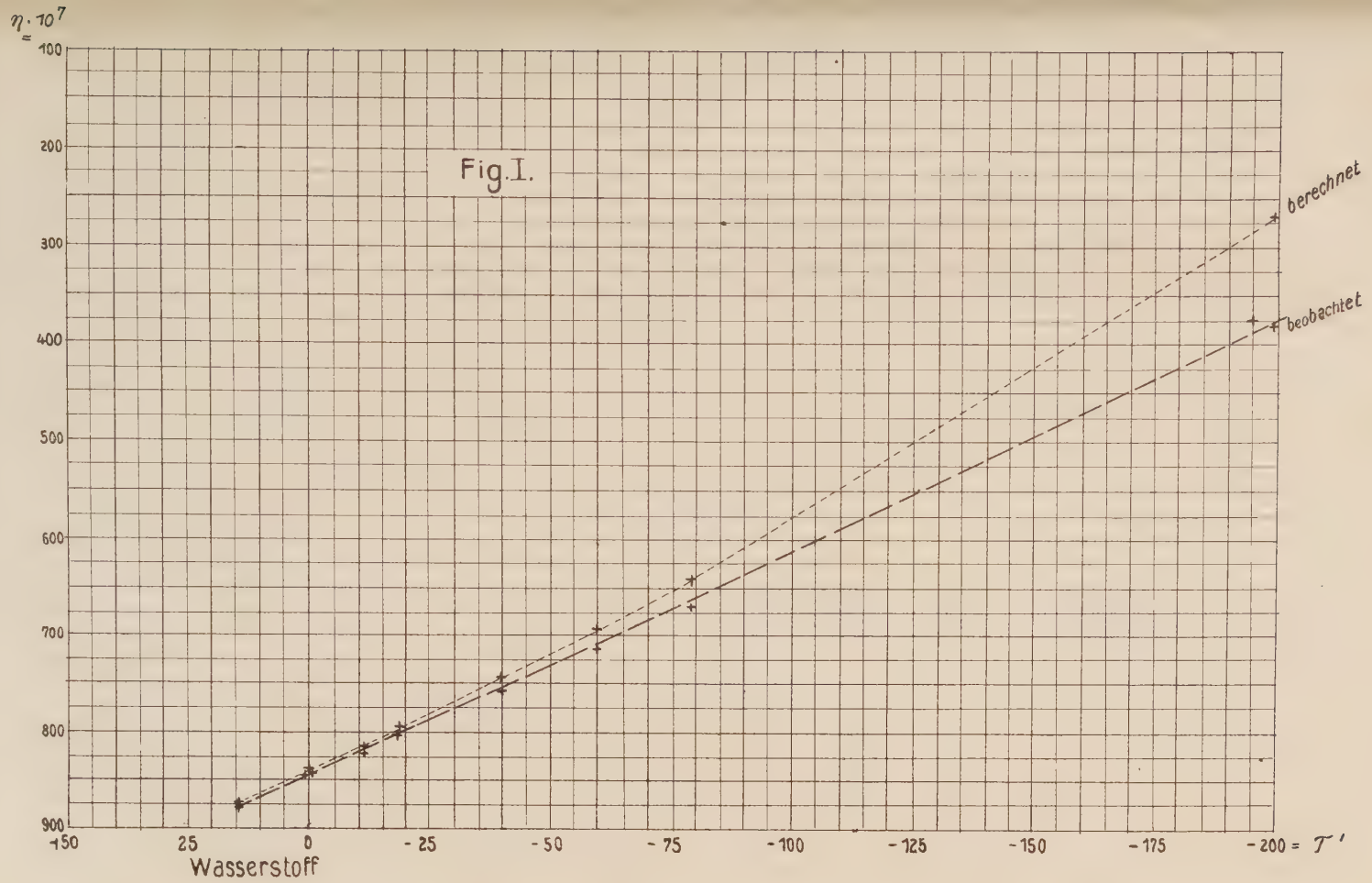
Lebenslauf.

Geboren bin ich, Walther Kopsch, am 9. März 1885 zu Naumburg a. S. als Sohn des Rechnungsrats Robert Kopsch und seiner Ehefrau (†) Magdalena, geb. Dornbusch. Ich bin evangelischer Konfession und preussischer Staatsangehörigkeit. Meine Schulbildung erhielt ich zuerst auf der Vorschule, dann auf dem Domgymnasium zu Naumburg a. S., das ich Ostern 1903 mit dem Zeugnis der Reife verliess.

Seitdem studierte ich an der Universität Halle-Wittenberg zuerst 2 Semester Chemie, dann Mathematik und Naturwissenschaften. Das examen rigorosum bestand ich am 24. Februar 1909. Während meiner Studienzeit waren meine Lehrer die Herren Professoren und Dozenten:

Bernstein, Brode, Dorn, Ebbinghaus†, Erdmann, Fries, Gutzmer, Hertzberg†, Luedecke, v. Ruville, Uphues, Volhard, Vorländer, Wangerin.

Sie alle mögen meines dauernden Dankes versichert sein.


$\eta \cdot 10^7$ =
100
200
300
400
500
600
700
800
900
Fig. I.
berechnet
beobachtet
-150
25
0
- 25
- 50
- 75
- 100
- 125
- 150
- 175
- 200 = T'
Wasserstoff

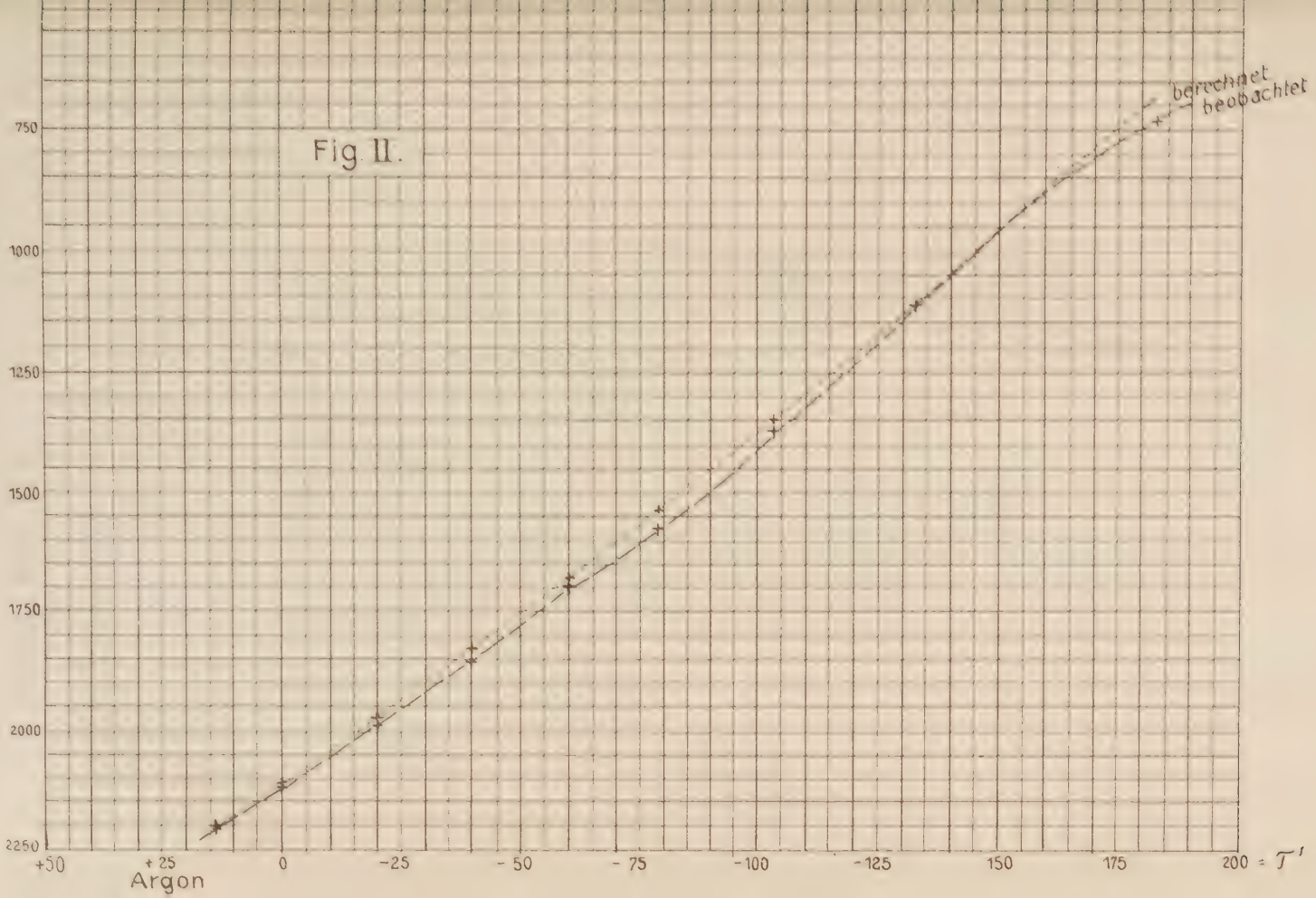


Fig. II.
berechnet
beobachtet
750
1000
1250
1500
1750
2000
2250
+50
+25
0
-25
-50
-75
-100
-125
150
175
200
T'
Argon

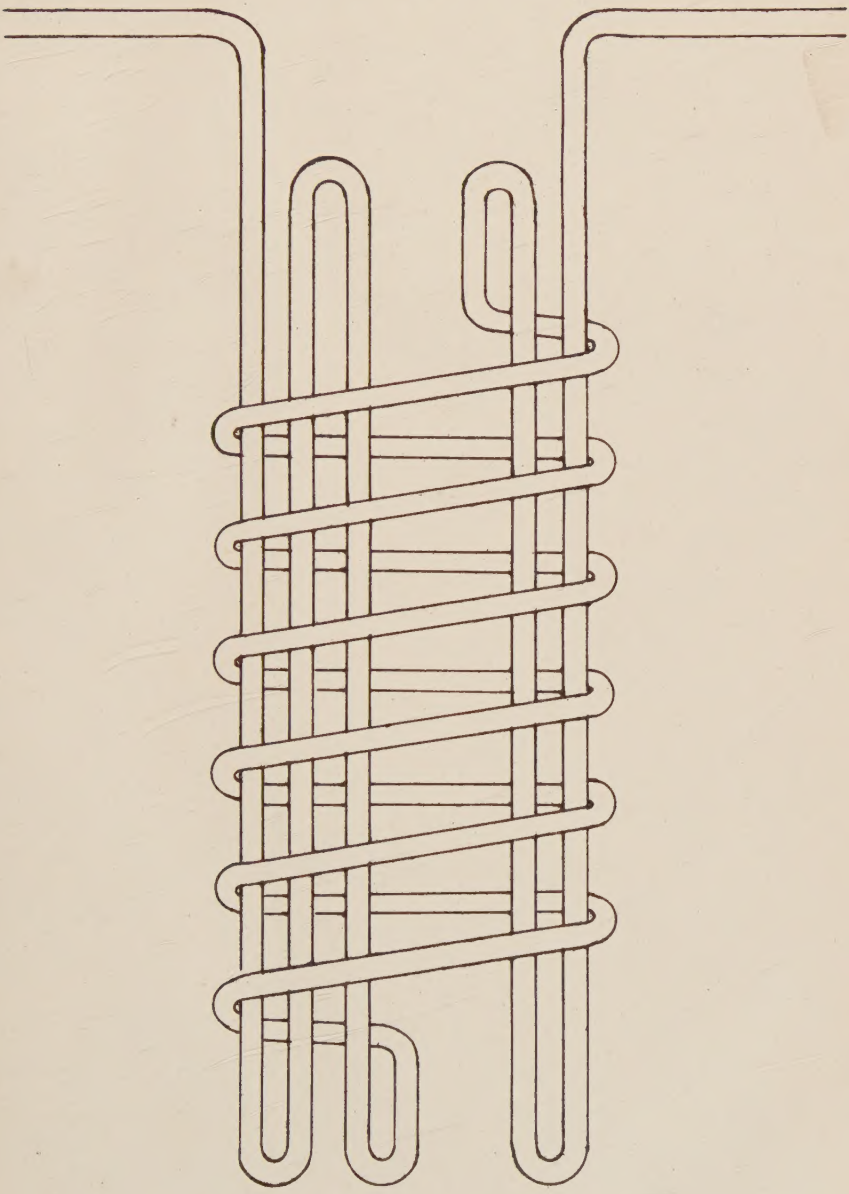



Fig. III.